Proof

$$\sum_{n=0}^{\infty} p(D,n) q^n = \prod_{n=1}^{\infty} (1+q^n) \quad \text{for } |q|<1.$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} p(O,n) q^n = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1-q^{2n-1}} \quad \text{for } |q|<1.$$

$$\prod_{n=1}^{\infty}(1+q^n) = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(1+q^n)(1-q^n)}{(1-q^n)}$$

$$= \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(1-q^{2n})}{(1-q^n)} = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1-q^{2n-1})}.$$

Hence,

$$\sum_{n=0}^{\infty} p(D,n) q^n = \sum_{n=0}^{\infty} p(O,n) q^n \quad \text{for } |q|<1.$$

and

$$p(D,n) = p(O,n) \quad \text{for all } n \geq 0.$$

Example: Verify $p(D,n) = p(O,n)$ for $n=9$.

Ptns of 9 into distinct parts	Ptns of 9 into odd parts
9	9
8+1	7+1+1
7+2	5+3+1
6+3	5+1+1+1+1
6+2+1	3+3+3
5+4	3+3+1+1+1
5+3+1	3+1+1+1+1+1+1
4+3+2	1+1+1+1+1+1+1+1+1
$p(D,9)=8$	$p(O,9)=8$